

**RECONFIGURACIÓN DE ALIMENTADORES PRIMARIOS EN SISTEMAS DE  
DISTRIBUCIÓN PARA AUMENTO DE LA CONFIABILIDAD USANDO FLUJO  
EN REDES**

**JHON ANDERSON TABARES DEL CAMPO  
CÓDIGO: 1087989811**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
PEREIRA  
2008**

**RECONFIGURACIÓN DE ALIMENTADORES PRIMARIOS EN SISTEMAS DE  
DISTRIBUCIÓN PARA AUMENTO DE LA CONFIABILIDAD USANDO FLUJO  
EN REDES**

**JHON ANDERSON TABARES DEL CAMPO  
CÓDIGO: 1087989811**

Proyecto de grado para optar al título de  
**Ingeniero Electricista**

**Director:**  
**M. Sc. Alejandro Garcés Ruiz**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
PEREIRA  
2008**

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

Firma del Director del proyecto

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

*Pereira, Julio, 2008*

## **DEDICATORIA**

A mis padres Victor Alberto Tabares y Elizabeth del Campo y a mi abuela Luz Dary Ramirez que han dado todo de ellos para ver cumplidos mis sueños y siempre me han apoyado con sus consejos, confianza, paciencia, amor y comprensión en cada uno de los retos que he afrontado y me han brindado ayuda incondicional a pesar de las equivocaciones y adversidades que se han presentado.

## **AGRADECIMIENTOS**

El autor expresa sus agradecimientos a:

ALEJANDRO GARCÉS RUIZ, M. Sc. en Ingeniería Eléctrica, por su asesoría, paciencia, disposición y colaboración en el desarrollo y elaboración del trabajo de grado.

A la UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA por haberme guiado hasta alcanzar esta meta final, con todo el aporte cognoscitivo durante la carrera profesional.

Agradezco a las personas que me apoyaron y me enviaron toda su energía positiva para seguir siempre adelante con mis metas, a pesar de las adversidades y las dificultades que se presentaron.

A mis padres y familiares, compañeros y docentes que contribuyeron con su experiencia, para infundir en mí la capacidad y la necesidad de aprender y practicar los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera.

Jhon Anderson Tabares del Campo

## **CONTENIDO**

	<b>Página</b>
<b>1. INTRODUCCION</b>	<b>6</b>
<b>1.1 OBJETIVOS</b>	<b>8</b>
1.1.1 Objetivos generales	8
1.1.2 Objetivos específicos	9
<b>2. CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN</b>	<b>10</b>
<b>2.1 SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN</b>	<b>10</b>
2.1.1 Características de los sistemas de distribución	10
2.1.2 Aspectos legales	11
<b>2.2 DEFINICIÓN DE CONFIABILIDAD</b>	<b>12</b>
<b>2.3 INDICES DE CONFIABILIDAD</b>	<b>14</b>
2.3.1 Parámetros básicos	14
2.3.2 Índices orientados al consumidor	15
<b>2.4 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD</b>	<b>17</b>
2.4.1 Método de Monte Carlo	17
2.4.2 Método de Markov	18
2.4.3 Técnica de frecuencia y duración	19
2.4.4 Método de Cortes Mínimo	21
2.4.5 Modos de falla y análisis de efectos	22
<b>2.5 APLICACIÓN PARA LA MINIMIZACIÓN DE ÍNDICES DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN</b>	<b>23</b>

<b>3.</b>	<b>RECONFIGURACIÓN DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN</b>	<b>29</b>
<b>3.1</b>	<b>EFFECTO DE LA RECONFIGURACIÓN EN LA CONFIABILIDAD</b>	<b>30</b>
<b>4</b>	<b>FLUJO EN REDES APLICADO A CONFIABILIDAD</b>	<b>35</b>
<b>4.1</b>	<b>PROPIEDADES DE LA MATRIZ A</b>	<b>36</b>
<b>4.1.1</b>	<b>Empleo de variables artificiales</b>	<b>37</b>
<b>4.2</b>	<b>MÉTODO SIMPLEX PARA EL PROBLEMA DE FLUJO EN REDES</b>	<b>38</b>
<b>5</b>	<b>ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>45</b>
<b>5.1</b>	<b>SISTEMA DE 15 NODOS, 18 LINEAS Y 2 SUBESTACIONES</b>	<b>46</b>
<b>5.2</b>	<b>SISTEMA DE 29 NODOS, 45 LÍNEAS Y 3 SUBESTACIONES</b>	<b>48</b>
<b>5.3</b>	<b>SISTEMA IEEE 33 NODOS, 37 LÍNEAS Y 1 SUBESTACIÓN</b>	<b>51</b>
<b>5.4</b>	<b>SISTEMA IEEE 14 NODOS, 16 LÍNEAS Y 1 SUBESTACIÓN (S 14).</b>	<b>53</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>56</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>57</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>60</b>

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Página</b>
<b>Figura 1.</b> Red de distribución típica	<b>11</b>
<b>Figura 2.</b> Diagrama del espacio de estados de un sistema de dos elementos	<b>19</b>
<b>Figura 3.</b> Red eléctrica enmallada.	<b>22</b>
<b>Figura 4.</b> Efecto de la reconfiguración en la confiabilidad (red1)	<b>31</b>
<b>Figura 5.</b> Efecto de la reconfiguración en la confiabilidad (red2).	<b>32</b>
<b>Figura 6.</b> Efecto de la reconfiguración en la confiabilidad (red3).	<b>33</b>
<b>Figura 7.</b> Ejemplo de una red.	<b>35</b>
<b>Figura 8.</b> Grafo ampliado con tramo y nodo raíz.	<b>38</b>
<b>Figura 9.</b> Ejemplo de aplicación flujo en redes.	<b>39</b>
<b>Figura 10.</b> Entrada de nuevo lazo.	<b>42</b>
<b>Figura 11.</b> Cambio de topología radial	<b>42</b>



<b>Figura 12.</b> Sistema 15 nodos.	<b>46</b>
<b>Figura 13.</b> Topología sistema 15 nodos minimizando SAIFI y SAIDI.	<b>47</b>
<b>Figura 14.</b> Sistema 29 nodos.	<b>48</b>
<b>Figura 15.</b> Topología óptima sistema 29 nodos minimizando SAIFI.	<b>50</b>
<b>Figura 16.</b> Sistema IEEE 33 nodos.	<b>51</b>
<b>Figura 17.</b> Topología sistema IEEE 33 nodos minimizando SAIFI y SAIDI.	<b>52</b>
<b>Figura 18.</b> Sistema IEEE 14 nodos.	<b>53</b>
<b>Figura 19.</b> Topología IEEE 14 nodos minimizando SAIDI.	<b>55</b>

## LISTA DE TABLAS

	<b>Página</b>
<b>Tabla 1.</b> Niveles de Tensión en Distribución	<b>10</b>
<b>Tabla 2.</b> Matriz de variables.	<b>28</b>
<b>Tabla 3.</b> Vector de tasas de fallo.	<b>28</b>
<b>Tabla 4.</b> Vector de tiempos de interrupción anual	<b>28</b>
<b>Tabla 5.</b> Vector de demandas.	<b>28</b>
<b>Tabla 6.</b> Valores de $\lambda$ y $r$ de la figura 4.	<b>31</b>
<b>Tabla 7.</b> Resultados topología inicial.	<b>32</b>
<b>Tabla 8.</b> Análisis comparativos de metodología	<b>55</b>
<b>Tabla 9.</b> Datos sistema 15 nodos	<b>60</b>
<b>Tabla 10.</b> Datos sistema 29 nodos	<b>60</b>
<b>Tabla 11.</b> Datos sistema IEEE 14 nodos	<b>62</b>
<b>Tabla 12.</b> Datos sistema IEEE 33 nodos	<b>62</b>

## **1. INTRODUCCIÓN**

Un sistema eléctrico comprende tres grandes etapas que permiten entregar la energía eléctrica a los usuarios. Estos subsistemas son denominados generación, transmisión y distribución, los cuales tienen una función particular que los identifica.

El sistema de distribución de energía eléctrica es el conjunto de subestaciones, transformadores y alimentadores primarios y en general todo elemento que se encuentra interconectado de tal manera que pueda suministrar la energía eléctrica al nivel de tensión requerido, cumpliendo así con el objetivo fundamental de todo sistema de potencia de llevar el suministro eléctrico a los usuarios finales. De acuerdo a la división inicial de un sistema de energía eléctrico, el sistema de distribución corresponde al último eslabón de la cadena y presenta diferentes fenómenos que deben ser estudiados a profundidad y que permitan desarrollar técnicas para mejorar su desempeño.

Uno de los aspectos más importantes dentro del funcionamiento de un sistema es la habilidad de éste para realizar su función de manera continua; a esta primordial característica se le denomina confiabilidad. La confiabilidad en los sistemas eléctricos es de vital importancia, ya que las interrupciones en el servicio afectan en gran medida diferentes actividades que llevan a cabo los usuarios, ya sean estos residenciales, comerciales o industriales lo cual muestra la alta dependencia que este insumo tiene para un correcto desempeño y desarrollo de la sociedad.

Una característica importante de los nuevos mercados de energía eléctrica es la búsqueda de la eficiencia, tanto en la gestión administrativa como en la técnica. Por esto, las empresas del sector están comprometidas a promover la calidad del servicio que prestan y a realizar su función de la mejor manera posible. La eficiencia técnica de una red se asocia, no sólo con el nivel de pérdidas existentes sino también con la confiabilidad del suministro. En los últimos años el interés por la

valoración de la confiabilidad en los sistemas de distribución ha aumentado debido a las nuevas normas que rigen el sector eléctrico y las fuertes sanciones que deben afrontar las empresas distribuidoras cuando incurren en fallas o interrupciones del suministro.

En un sistema de distribución existe la posibilidad de alimentar un tramo del alimentador desde distintos puntos a través de la operación abierto/cerrado de interruptores para ingresar tramos de línea que se encontraban fuera de funcionamiento y a su vez sustraer otros para mantener la radialidad del sistema. Estos nuevos tramos de línea que entran a formar parte del sistema pueden tener un comportamiento histórico en el cual sus tiempos fuera de servicio o las veces en las cuales han estado indisponibles sean menores a los tramos que fueron sustraídos de éste y de esta manera disminuir la probabilidad de que el sistema en algún momento pueda salir de funcionamiento.

Los tramos que no están conectados al sistema hacen que éste cuente con una gran cantidad de posibles topologías, razón por la cual se debe buscar una metodología eficiente y posible de implementar en el computador. Siempre se busca que los algoritmos desarrollados tengan el menor esfuerzo computacional posible, razón por la cual es indispensable realizar el mayor aprovechamiento a las características propias de cada problema y hacer uso de las metodologías que presenten el comportamiento más apropiado a dichas particularidades. Una de estas características especiales es que los índices SAIFI y SAIDI, los más representativos para el usuario, permiten un modelamiento lineal y fueron escogidos como función objetivo en el proceso de optimización. El flujo en redes surge como una metodología eficiente para resolver el problema, ya que se acopla de manera perfecta con las restricciones más relevantes del sistema de distribución como lo son la radialidad, el balance nodal y el abastecimiento a todos los nodos permitiendo llegar a un óptimo global de la función objetivo con un esfuerzo computacional mucho menor que otras metodologías de optimización.

En el capítulo 2 se resaltan las principales características de los sistemas de distribución así como los aspectos legales más significativos en cuanto a la confiabilidad se refiere, de igual manera se

enuncian los índices más utilizados para valorar la confiabilidad de éste. Se analizan los métodos de análisis de confiabilidad usados con mayor frecuencia y se realiza el modelamiento de optimización para la solución del problema.

En el capítulo 3 se realiza una breve introducción y reseña histórica acerca de la reconfiguración de alimentadores primarios así como los aspectos en los cuales ha tenido impacto positivo sobre el sistema de distribución así como los efectos que tiene ésta sobre la confiabilidad.

En el capítulo 4 se explica la adecuación del flujo en redes en los sistemas de distribución, las características especiales del modelo matemático así como los pasos que se deben llevar a cabo para la solución del problema y sus posibles resultados.

En el capítulo 5 se encuentra el análisis de las implementaciones realizadas en diferentes sistemas de prueba en las cuales se obtuvieron resultados satisfactorios ya que se llegó al óptimo global del problema con un esfuerzo computacional bajo. Los parámetros de los sistemas de prueba se encuentran en los Anexos

Cabe anotar que no todas las referencias bibliográficas citadas aquí son usadas para la redacción del proyecto, pero se incluyen por que han ilustrado el tema y han sido parte del respaldo teórico para definir los objetivos y dado el caso lograr su posterior consecución.

## **1.1. OBJETIVOS**

### **1.1.1 Objetivo General**

Implementar un algoritmo basado en la aplicación de flujo en redes que permita minimizar los índices de confiabilidad mediante reconfiguración del sistema de distribución.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- Realizar un análisis de los índices de confiabilidad más representativos del sistema de distribución.
- Describir de manera detallada los métodos para valorar la confiabilidad en sistemas de distribución.
- Determinar la estrecha relación existente entre la configuración de un sistema de distribución y los índices de confiabilidad asociados a éste.
- Obtener un modelo matemático lineal que represente el sistema de distribución de manera adecuada para el mejoramiento de la confiabilidad.
- Efectuar pruebas sobre sistemas de distribución IEEE.

## 2. CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

### 2.1 SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

Distribución de energía eléctrica se define como la actividad de transportar energía eléctrica a través de un conjunto de líneas y subestaciones, con sus equipos asociados, que operan a tensiones menores de 220 kV y que no pertenecen a un sistema de transmisión regional por estar dedicadas al servicio de un sistema de distribución municipal, distrital o local.

Los Sistemas de Transmisión Regional y Distribución Local se clasifican por niveles, en función de la tensión nominal de operación [1], según la tabla 1.

Nivel	Tensión Nominal [kV]
IV	$V \geq 62$
III	$30 \leq V < 62$
II	$1 \leq V < 30$
I	$V < 1$

Tabla1. Niveles de Tensión en Distribución

#### 2.1.1 Características de los sistemas de distribución

Las redes de distribución presentan características muy particulares y que las diferencian de los sistemas de transmisión. Entre éstas se distinguen:

- Topologías Radiales
- Múltiples Conexiones (monofásicas, bifásicas, etc)

- Cargas de distinta naturaleza
- Líneas de resistencia comparable a la reactancia
- Líneas sin transposiciones

Los sistemas de distribución son típicamente radiales, es decir, el flujo de potencia nace sólo de un nodo. Este nodo principal se reconoce como la subestación que alimenta el resto de la red, como se muestra en la figura 1. Esto se realiza debido a que se obtiene mayor economía en las protecciones, el diseño es mucho más sencillo, se reduce la dificultad de ubicar las fallas, se mejora el perfil de tensión del sistema y en general se simplifica la operación de la red de distribución [2].

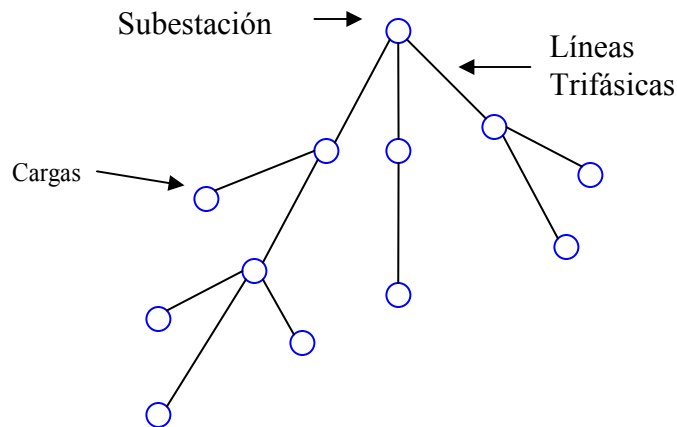


Figura1. Red de Distribución Típica.

### 2.1.2 Aspectos legales

Buscando cumplir con el Artículo 23 de la Ley 143 de 1994, relacionado con los principios de calidad, confiabilidad y seguridad del servicio de energía, la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG) emitió la resolución 070 de 1998 en la cual se establece el Reglamento de Distribución de Energía Eléctrica como parte del Reglamento de Operación del Sistema Interconectado Nacional. Para hacer operativos los criterios de calidad



definidos en esta resolución y con el fin de hacer efectivo el derecho que tienen los usuarios a la compensación por el incumplimiento de la obligación principal que tienen las empresas, de prestar en forma continua un servicio confiable y de buena calidad, estableció los índices de confiabilidad DES y FES como normas para verificar la calidad de la prestación del servicio de energía y sanciones económicas para forzar a las empresas a cumplir con los deberes que establece la ley en esta materia. Estos indicadores se evalúan de la siguiente forma [3]:

- $DES_c$ : Tiempo total, medido sobre los últimos doce (12) meses, en que el servicio es interrumpido en un circuito. Los OR's deben calcular el indicador  $DES_c$  mensualmente para cada circuito, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$DES_c = \sum_{i=1}^{NTI} t_i \quad (2.1)$$

i: Interrupción i-ésima.

$t_i$ : Tiempo en horas de la interrupción i-ésima.

NTI: Número total de interrupciones que ocurrieron en el circuito durante los últimos doce (12) meses.

- $FES_c$ : Sumatoria del número de veces que el servicio es interrumpido en un circuito, durante los últimos doce (12) meses.

$$FES_c = NTI \quad (2.2)$$

## 2.2 DEFINICIÓN DE CONFIABILIDAD

Es la habilidad del sistema para proveer energía eléctrica a los principales puntos de utilización en la cantidad requerida y con un nivel aceptable de calidad y seguridad, a

diferencia de la confiabilidad, la seguridad se refiere a la habilidad de un sistema para responder al impacto de disturbios repentinos y corresponde a un análisis dinámico [4].

La confiabilidad tiene dos áreas conceptuales de estudio que son adecuación y seguridad. La adecuación es el análisis estático del sistema y se refiere a la existencia de suficientes instalaciones de transmisión y generación para atender la demanda presente y futura del sistema. El desempeño eléctrico se valora mediante flujos de carga o balances de energía. Corresponde a análisis de largo plazo. La mayoría de los estudios están enfocados a la adecuación [5].

El modelamiento del sistema de potencia para estudios de adecuación es similar al que se utiliza para los flujos de carga donde se consideran como principales componentes a los generadores, líneas de transmisión, transformadores de potencia y equipos de compensación reactiva. En general, no se consideran los equipos de subestación (interruptores, seccionadores, barrajes, bahías, etc.).

Una de las formas de cuantificar el nivel de confiabilidad de un sistema de potencia es a través de los índices de adecuación. Estos índices no incluyen el sistema dinámico, es decir, no miden la habilidad del sistema para responder a disturbios transitorios, estos simplemente miden la habilidad del sistema para responder adecuadamente a sus requerimientos en una situación específica de estado probabilística.

La confiabilidad en sistemas de distribución es considerada una propiedad cualitativa más que cuantitativa. Sin embargo, en la práctica de la ingeniería eléctrica se hace necesario tener un índice cualitativo que permita tener una idea sobre el comportamiento del sistema y que guíe en la toma de decisiones sobre diseño y planificación de la red de suministro eléctrico. Estos se pueden separar en dos grupos: índices del usuario e índices del sistema. Para el usuario se tiene todos aquellos que representan los momentos sin suministro eléctrico y para el sistema se pueden identificar aquellos que indican la capacidad del sistema para reponerse de una anomalía y entregar toda la energía presupuestada.

En los últimos años la confiabilidad en el sistema de distribución ha cobrado gran importancia, ya que aproximadamente dos tercias partes de la inversión del sistema de potencia están dedicadas a este segmento y es allí donde ocurren la mayoría de las fallas (más del 90%), las cuales tienen consecuencias sobre todo el sistema de potencia, además la nueva normatividad penaliza con fuertes sanciones a las empresas que no suministran un servicio confiable, es decir, cuando incurren en fallas o interrupciones del suministro de energía eléctrica.

## **2.3 INDICES DE CONFIABILIDAD**

El objetivo principal de los índices de confiabilidad es representar cuantitativamente la calidad del servicio suministrado a todos los usuarios del sistema de distribución.

A nivel mundial se maneja una gran cantidad de índices de confiabilidad reconocidos por la IEEE, algunos de ellos son los siguientes [6] [7]:

### **2.3.1 Parámetros Básicos**

- Tasa de fallas promedio:

$$\lambda_s = \sum_i \lambda_i \quad (2.3)$$

- Tiempo de salida promedio anual (indisponibilidad):

$$U_s = \sum_i \lambda_i * r_i \quad (2.4)$$

- Tiempo de salida promedio:

$$r_s = \frac{U_s}{\lambda_s} = \frac{\sum_i \lambda_i * r_i}{\sum_i \lambda_i} \quad (2.5)$$

$\lambda_i$  : Tasa de falla del elemento i.

$r_i$  : Tiempo de reparación del elemento i.

### 2.3.2 Índices orientados al consumidor

- SAIFI, índice de frecuencia de interrupción media del sistema (System Average Interruption Frequency Index):

$$SAIFI = \frac{\text{Número de Interrupciones a los usuarios}}{\text{Número Total de usuarios atendidos}} \quad (2.6)$$

$$SAIFI = \frac{\sum \lambda_i * N_i}{\sum N_i} \quad (2.7)$$

$N_i$  : Número de usuarios del punto de carga i.

$\lambda_i$  : Tasa de fallas del punto de carga i.

- SAIDI, índice de duración de interrupción media del sistema (System Average Interruption Duration Index):

$$SAIDI = \frac{\text{Suma de las duraciones de las Interrupciones}}{\text{Número total de usuarios atendidos}} \quad (2.8)$$

$$SAIDI = \frac{\sum U_i * N_i}{\sum N_i} \quad (2.9)$$

$U_i$  : Tiempo de interrupción anual del punto de carga i.

- CAIFI, índice de frecuencia de interrupción media de los usuarios (Customer Average Interruption Frequency Index):

$$CAIFI = \frac{\text{Número de Interrupciones a los usuarios}}{\text{Número Total de usuarios afectados}} \quad (2.10)$$

$$CAIFI = \frac{\sum \lambda_i * N_i}{\sum M_i} \quad (2.11)$$

$M$  : Número total de usuarios afectados.

- CAIDI, índice de duración de interrupción media de los usuarios (Customer Average Interruption Duration Index):

$$CAIDI = \frac{\text{Suma de las duraciones de las Interrupciones}}{\text{Número total de usuarios afectados}} \quad (2.12)$$

$$CAIDI = \frac{\sum U_i * N_i}{\sum M_i} \quad (2.13)$$

## 2.4 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

La confiabilidad del servicio de energía eléctrica, medida a través de índices de desempeño, tiene dos orientaciones diferentes: el registro de eventos pasados y la predicción de confiabilidad. La predicción de índices de confiabilidad pretende determinar el comportamiento que tendrá la red basado en el desempeño pasado, y ayudar en la toma de decisiones sobre modificaciones de elementos que componen la red o la topología [8].

Esto se puede lograr mediante algunas técnicas de modelación y evaluación de confiabilidad, orientadas a predecir índices de comportamiento futuro. Existen dos clases de métodos para evaluar la confiabilidad: los métodos de simulación estocástica y los métodos de análisis.

De los métodos de simulación estocástica, el más conocido es el de Monte Carlo, entre los métodos de análisis se tienen los procesos continuos de Markov, los de redes y sus aproximaciones.

### 2.4.1 Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo consiste en la simulación de un número considerable de situaciones generadas en forma aleatoria, donde los valores de los índices de confiabilidad corresponden a los momentos de las distribuciones de probabilidad.

De este método existen dos versiones [9]:

- **Método de Monte Carlo secuencial:** simula cronológicamente cada hora del año y el estado actual depende de los estados anteriores (sistema con memoria).
- **Método de Monte Carlo no secuencial:** simula aleatoriamente todas las horas del año y el estado actual no depende del anterior (sistema sin memoria).

### 2.4.2 Método de Markov

En una red eléctrica, ya sea un sistema de distribución o de transmisión, se considera como un sistema reparable, es decir, aquel que al fallar un elemento, éste es reemplazado o reparado dependiendo de la naturaleza del elemento. De esta manera se reestablece la condición de operación normal del sistema o parte de la red afectada. Por lo tanto, el sistema es continuo en el tiempo, con estados discretos finitos, por medio de procesos continuos de Markov. Éste permite obtener, con una excelente precisión, la probabilidad de que el sistema se encuentre en cualquiera de sus estados posibles, más no la probabilidad de falla en un punto del sistema [10].

A manera de ejemplo, considérese un sistema compuesto por dos elementos (dos alimentadores o dos líneas de transmisión). Suponiendo que cada uno de los componentes puede estar operando o en falla (dos estados posibles), se presenta en la figura 2 el denominado “espacio de estados”, donde las transiciones de un estado a otro se logran cambiando el estado de un elemento a la vez. El espacio de estados es general, independiente de la forma de conexión de los elementos que componen el sistema en estudio.

Este método resulta poco atractivo, debido a que la cantidad de estados posibles en un sistema crece exponencialmente a medida que aumenta el número de elementos que lo componen. Si la modelación de componentes considera sólo dos estados para cada uno de ellos (falla y operación), el diagrama de espacio de estados contiene  $2^n$  estados posibles. Es decir, un sistema modelado con 20 elementos tiene 1,048,576 estados, de manera que la dificultad de análisis es obvia. Por otro lado, modelos que tratan de reflejar con mayor fidelidad el comportamiento y operación real de los distintos elementos de un sistema eléctrico consideran más de dos estados posibles en el sistema.

En los estudios de confiabilidad, resulta atractivo determinar los índices de frecuencia y duración de interrupciones de servicio, en lugar de una probabilidad.

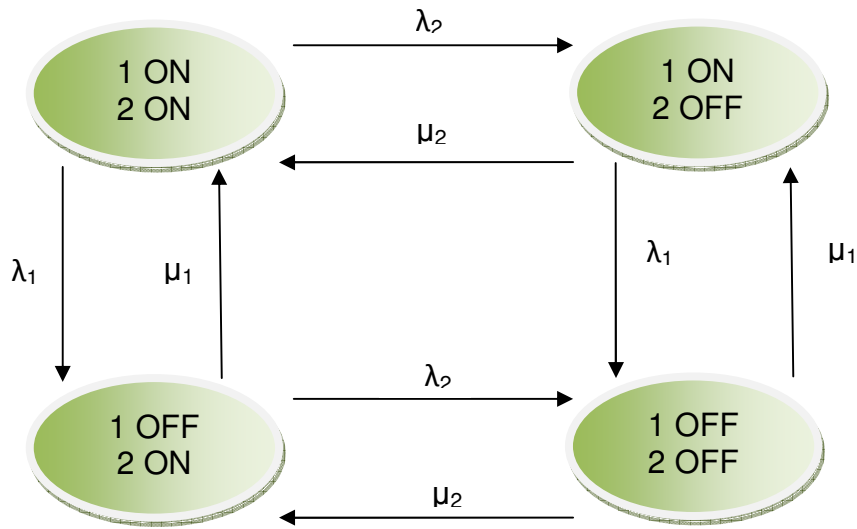


Figura 2. Diagrama del espacio de estados de un sistema de dos elementos.

### 2.4.3 Técnica de Frecuencia y Duración

La idea central de la evaluación de confiabilidad en una red eléctrica es disponer de información cuantitativa, que de alguna manera refleje el comportamiento y calidad de servicio que provee [11].

La técnica de Markov es perfectamente adecuada para determinar la probabilidad de estado y disponibilidad, sin embargo, otros parámetros de confiabilidad, tales como la frecuencia de encontrarse en un estado determinado y la duración promedio de residencia en dicho estado entregan mucha más información. Puestos en el caso de un consumidor que desea conectarse a un nodo de la red de la empresa eléctrica, lo más probable es que esté interesado en conocer la cantidad de veces que quedará sin suministro de energía eléctrica y cuánto pueden durar estas fallas de servicio.



La probabilidad de que un elemento este en operación esta dada por:

$$P_{(op)} = \frac{m}{(m+r)} \quad (2.14)$$

Donde,  $m = \frac{1}{\lambda}$  que es el tiempo promedio de operación y  $r = \frac{1}{\mu}$  que es el tiempo promedio de reparación.

Como la frecuencia de un ciclo es un  $\frac{1}{T}$ , y  $T = m + r$ , se tiene que  $P_{(op)} = \frac{f}{\lambda}$ ; es decir que la recurrencia a encontrarse en un estado determinado está dada por la probabilidad asociada al estado y por la tasa de partida desde dicho estado. La aplicación de esta técnica para sistemas de cualquier tamaño puede resumirse de la siguiente manera:

- Evaluar las probabilidades límites de estado.
- Evaluar la frecuencia de encuentro en un estado.
- Evaluar la duración media de cada estado.

La duración media de residencia en cada estado, se obtiene mediante la expresión:

$$m_c = \frac{\sum P_i}{f_i} \quad (2.15)$$

Donde

$P_i \rightarrow$  Probabilidad acumulada para el estado  $i$ .

$f_i \rightarrow$  Frecuencia de encuentro en el estado  $i$ .

Cabe mencionar que esta técnica de frecuencia y duración también se ha aplicado en el área de sistemas de generación.

#### **2.4.4 Método de Cortes Mínimo**

En la evaluación de confiabilidad de las redes de distribución, uno de los problemas a resolver es la determinación de los eventos de falla (cortes mínimos) que aíslan los puntos de carga de las subestaciones de distribución [12].

Utilizando como criterio de éxito la continuidad de servicio para los puntos de interés, se dice que un sistema está conectado si existe un camino entre la fuente y cada uno de los elementos que componen dicho sistema [13].

El método de los conjuntos de corte, en esencia, hace una representación serie-paralelo de la red bajo estudio, la cual puede tener cualquier configuración. Un conjunto de corte es un grupo de elementos que al ser retirados del sistema (red eléctrica) produce su partición. Se dice que un corte es mínimo cuando no tiene un subconjunto que pueda producir el mismo efecto sobre el sistema.

El método de los conjuntos de corte es una aproximación generalmente válida, atendiendo a la alta disponibilidad normalmente asociada a los componentes de un sistema eléctrico de potencia. Si fallan todos los elementos de un conjunto o grupo de corte, el sistema fallará, sin importar el estado del resto de elementos del sistema. Un sistema puede tener un gran número de conjuntos de corte y un componente en particular pertenecer a más de uno de ellos.

En la figura 3 se muestra una red eléctrica enmallada, compuesta por 6 elementos, la entrada E y la salida S [13].

La definición de corte mínimo como aquel que no posee un subconjunto con la propiedad de “partir” el sistema, implica que el grupo de corte nominal corresponde a más componentes que los necesarios para producir la falla del sistema. Los cortes mínimos son (1), (2,3), (5,6), (2,4,6) y (3,4,5).

En el grupo de corte, los elementos deben conectarse en paralelo ya que la falla se produce cuando todos esos elementos salen de red. Los cortes a su vez, deben conectarse en serie, ya que la ocurrencia de cualquiera de ellos asegura la desconexión del sistema.

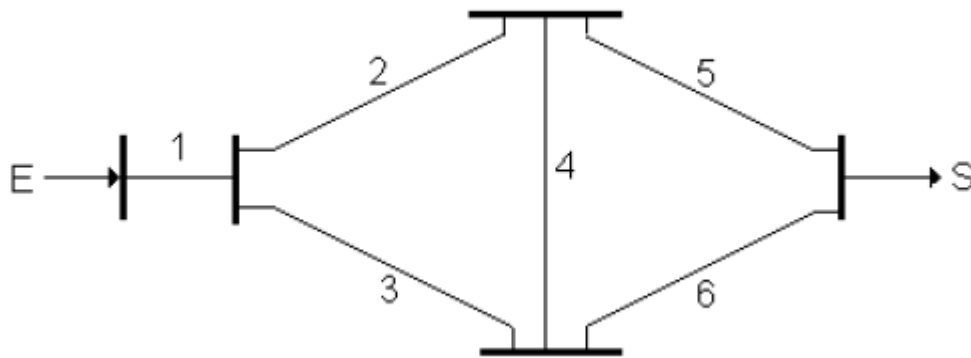


Figura 3. Red eléctrica enmallada.

#### 2.4.5 Modos de Falla y Análisis de Efectos

Esta técnica consiste en la determinación de los modos comunes de falla y análisis de los efectos, en donde se pretende reflejar con mayor realismo el comportamiento de un sistema eléctrico. Su implementación va acompañada de la determinación de conjuntos de cortes mínimos. Esta técnica es particularmente adecuada para modelar fallas que involucren la acción de los dispositivos de protección [12].

También es posible considerar sobrecargas y violación de límites de voltaje al simular contingencias que no forman conjuntos de corte, es decir, la salida de una línea o alimentador parcialmente redundante que no necesariamente produce la desconexión de alguna porción del sistema, pero que podría sobrecargar algún elemento. De esta manera, aparte de los estados determinados por los conjuntos de corte, se agregan como fallas aquellos que producen sobrecargas, si dicha condición permanece algún tiempo superior a los ajustes de los dispositivos de protección.

Existen también técnicas de localización óptima de recursos en redes de distribución, las que buscan aumentar la probabilidad de contar con energía eléctrica en un punto de carga cualquiera del sistema mediante la determinación de nuevas inversiones.

La aplicabilidad de estas técnicas se restringe a sistemas de topología radial; es decir, los diversos alimentadores de la red pueden abastecerse desde más de una fuente, pero cada tramo de alimentador está conectado a una sola, manejando adecuadamente los interruptores-seccionadores de enlace.

## **2.5 APLICACIÓN PARA LA MINIMIZACIÓN DE ÍNDICES DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN**

Como se observó anteriormente, existe una gran variedad de índices que le brindan al usuario del sistema de distribución información suficiente para interpretar cómo es el servicio que le están brindando. De estos, los que mejor información suministran son SAIFI y SAIDI pues indican la frecuencia y la duración de las interrupciones respectivamente. Por lo tanto, por ser SAIFI y SAIDI los índices más representativos para el usuario, serán estos los seleccionados como función objetivo en este trabajo, cada uno de manera independiente.

Teniendo en cuenta que en Colombia los principales índices de confiabilidad se calculan a nivel de subestación, es decir que sólo consideran las fallas que hacen actuar el interruptor principal de la subestación. Esta característica permite tomar  $\frac{1}{\sum N_i}$  de las ecuaciones (2.7) y (2.9) como un valor constante, donde  $N_i$  corresponde al número total de usuarios atendidos por el sistema. Con esto, los índices se simplifican, obteniéndose un modelo lineal como se muestra en (2.16) y (2.17), el cual permite llegar al óptimo global del sistema con un esfuerzo computacional mucho menor en comparación con otras metodologías que no aprovechan la linealidad del sistema.

$$SAIFI = \left( \frac{1}{N^{\circ} \text{ Total Usuarios}} \right) \sum \lambda_{ij} * N_{ij} \quad (2.16)$$

$$SAIDI = \left( \frac{1}{N^{\circ} \text{ Total Usuarios}} \right) \sum U_{ij} * N_{ij} \quad (2.17)$$

$\lambda_{ij}$  : Tasa de fallos de la línea conectada entre los nodos  $(i, j)$ .

$U_{ij}$  : Tiempo de interrupción anual de la línea conectada entre los nodos  $(i, j)$ .

$N_{ij}$  : Flujo a través de la línea conectada entre los nodos  $(i, j)$ .

La topología encontrada debe cumplir con las restricciones del sistema de distribución, éstas son:

- Radialidad del sistema: debido a que el sistema de distribución opera en forma radial, las topologías obtenidas deben cumplir con esta restricción que se puede expresar de la siguiente manera:

$$\prod \beta_i = 1 \quad \forall i \in m \quad (2.16)$$

Donde  $\beta_i$  se define para cada nodo e indica el número de trayectorias para llegar desde este hasta la subestación.

- Límites de voltaje: el voltaje en todos los nodos del sistema debe cumplir con la regulación impuesta, esto quiere decir que se debe mantener dentro de un valor máximo y un valor mínimo:

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad \forall i \in m \quad (2.17)$$

Donde:

$V_{\min}$ : Mínimo valor de tensión permitido.

$V_{\max}$ : Máximo valor de tensión permitido.

$m$ : Conjunto de nodos de la red.

- Límites térmicos de las líneas de distribución: El límite térmico tiene que ver con la capacidad máxima de potencia que la línea puede transportar:

$$|S_{ij}| \leq S_{ij\max} \quad (2.18)$$

Donde:

$S_{ij}$ : Potencia que fluye entre los nodos i-j.

$S_{ij\max}$ : Potencia máxima que puede fluir entre los nodos i-j.

- Balance de potencia en los nodos: se debe cumplir que la demanda en cada nodo sea suministrada:

$$\sum_{j \in \omega} S_{ij} = D_i \quad \forall i \in m \quad (2.19)$$

Donde:

$D_i$ : Demanda en el nodo  $i$ .

$\omega$ : Conjunto de alimentadores conectados al nodo  $i$ .

- Conexión de todos los nodos de la red: la topología encontrada debe conectar todos los nodos sin dejar porciones aisladas:

$$\prod \alpha_i = 1 \quad \forall i \in m \quad (2.20)$$

Donde:

$\alpha_i$ : 1 si el nodo  $i$  está energizado, 0 si el nodo está desenergizado.

Con lo cual el modelo a solucionar es:

$$\begin{aligned} & \min SAIFI \wedge SAIDI \\ & s.a. \\ & \prod \beta_i = 1 \quad \forall i \in m \\ & V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad \forall i \in m \\ & |S_{ij}| \leq S_{ij \max} \\ & \sum_{j \in \omega} S_{ij} = D_i \quad \forall i \in m \\ & \prod \alpha_i = 1 \quad \forall i \in m \end{aligned} \quad (2.21)$$

Para obtener un modelo lineal se deben despreciar las restricciones de tensión y de flujo máximo por las líneas ya que éstas salen de correr un flujo de carga para el sistema en cada iteración que convertiría el modelo a solucionar en un modelo no lineal.

Dejando a un lado estas restricciones y teniendo en cuenta que la metodología de flujo en redes garantiza las restricciones de radialidad y de abastecimiento a todos los nodos en cada una de las iteraciones, los modelos a solucionar son:

$$\begin{aligned}
& \min \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} N_{ij} \\
& s.a. \\
& \sum_{j=1}^m N_{ij} - \sum_{k=1}^m N_{ki} = b_i \quad i = 1, \dots, m \\
& x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{2.22}$$

$m$ : Número total de nodos

$n$ : Número total de líneas

$\sum_{j=1}^m N_{ij} - \sum_{k=1}^m N_{ki} = b_i$  : Balance nodal

$$\begin{aligned}
& \min \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m U_{ij} N_{ij} \\
& s.a. \\
& \sum_{j=1}^m N_{ij} - \sum_{k=1}^m N_{ki} = b_i \quad i = 1, \dots, m \\
& x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Cuando se desea reconfigurar un sistema de distribución mediante otras metodologías estas restricciones se convierten en un problema de difícil resolución, sin embargo, mediante el flujo en redes estas condiciones se cumplen en cada iteración aún cuando la configuración de ésta no sea la topología óptima del sistema además de llegar al óptimo global en cada una de las funciones objetivo.



Para esto es necesario tener como entrada los siguientes datos:

Línea	Envío	Recibo
1	1	2
2	2	3
3	2	4
$\vdots$	...	...
$\vdots$	...	...
$n$	...	...

Tabla 2. Matriz de variables.

Línea	1	2	...	$n$
$\lambda$	...	...	...	...

Tabla 3. Vector de tasas de fallo.

Línea	1	2	...	$n$
$U$	...	...	...	...

Tabla 4. Vector de tiempos de interrupción anual.

Nodo	Usuarios conectados
1	30
2	25
3	35
$\vdots$	...
$\vdots$	...
$m$	...

Tabla 5. Vector de demandas.

### **3. RECONFIGURACIÓN DE SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN**

La reconfiguración de alimentadores primarios es el proceso de alterar la estructura topológica de una red de distribución a través de la apertura o cierre de los interruptores de la red y adaptarlas al sistema para observar su comportamiento, para esto existen varias metodologías que van desde técnicas manuales hasta los más sofisticados algoritmos que utilizan métodos estocásticos y heurísticos [15].

Cuando un interruptor abierto cambia su estado genera una trayectoria cerrada o anillo, el cual es eliminado abriendo uno de los interruptores cuyo estado inicial es cerrado para devolver la radialidad al sistema de distribución, es decir, que cada carga tenga una ruta única desde la subestación. Además de la configuración normal de las líneas en operación, existen tramos de línea denominados suplencias que al momento de ser activos generan caminos alternativos para alimentar las cargas; así existen diversas formas topológicas para alimentar la red de tal manera que todas las cargas sean alimentadas.

La topología radial permite unos costos de inversión mucho menores a los que se tendrían en redes malladas, esto se debe, entre otras razones, a la coordinación de las protecciones. No obstante, las redes radiales son menos confiables ya que la salida de una línea genera la salida de una gran cantidad de usuarios dependiendo de su ubicación dentro del sistema, razón por la cual es necesario encontrar una topología de la red que presente la menor probabilidad de fallo.

El objetivo principal al reconfigurar un sistema de distribución es encontrar una topología en la que se reflejen mejoras que permitan suministrar un buen servicio desde el punto de vista de la seguridad, la confiabilidad y la rentabilidad tanto para la empresa distribuidora como para el consumidor final, dentro de los ítems a optimizar es posible encontrar varios aspectos como son [16]:

- Minimizar las pérdidas de potencia
- Minimizar las pérdidas de energía
- Aumentar la cargabilidad
- Disminuir el grado de desbalance
- Mejorar los perfiles de tensión

El tema de la reconfiguración de circuitos fue propuesto en primera instancia por Merlin y Back en 1975, cuando se propone como función objetivo la minimización de pérdidas de potencia sin incluir restricciones operativas [26]. Posteriormente en los años 1988 y 1990, se utilizan las técnicas heurísticas para resolver el problema.

A partir de 1990 aparecen nuevas técnicas de reconfiguración de circuitos, basadas en programación lineal, simulated annealing, algoritmos genéticos, sistemas expertos y lógica difusa. Dichas técnicas plantean básicamente como función objetivo la minimización de pérdidas de potencia considerando las restricciones operativas de la red [18]. Otros campos en los que se ha utilizado la reconfiguración, aunque en menor medida que los anteriores, han sido la disminución de la cargabilidad de las líneas y la minimización de los índices de confiabilidad. En los últimos años, la reconfiguración de circuitos para restauración del servicio ha cobrado gran importancia, ya que el actual esquema de competitividad en el sector eléctrico exige a las empresas distribuidoras de energía, operar los sistemas con criterios técnicos de confiabilidad y seguridad apropiados, para garantizar la calidad del servicio a sus clientes. Tal importancia ha sido reconocida por autores y por grupos de investigación de diversas instituciones [19] [20] [21].

### **3.1 EFECTO DE LA RECONFIGURACIÓN EN LA CONFIABILIDAD**

La reconfiguración afecta directamente los índices de confiabilidad del sistema ya que éste cambia esta topología establecida. Es posible ver dicho efecto mediante un ejemplo el cual cuenta

con una subestación, 5 puntos de carga y siete líneas como se muestra en la figura 4. Las tasas de fallas y los tiempos de reparación se encuentran en la tabla 6.

En este ejemplo se realizará la reconfiguración a partir de una topología inicial, en la cual las líneas D y E se encuentran desconectadas y pueden ser ingresadas en el sistema, siempre y cuando no formen un anillo, buscando que el cambio en la topología afecte directamente en mejorar la confiabilidad del sistema y de esta manera disminuir la probabilidad de fallo para asegurar un servicio continuo y confiable a todos los usuarios que hacen parte de éste.

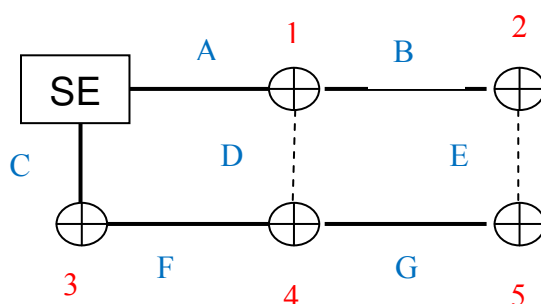


Figura 4. Efecto de la reconfiguración en la confiabilidad (red1).

Línea	$\lambda$ (fallas/año)	r (horas)
A	0.15	5.0
B	0.20	6.0
C	0.10	7.0
D	0.30	4.0
E	0.15	6.0
F	0.25	5.0
G	0.20	8.0

Tabla 6. Valores de  $\lambda$  y r de la figura 4.

La tasa de falla promedio en cada punto de carga aplicando la ecuación (2.3):

$$\lambda_s = \sum \lambda_i$$

Los tiempos de salida promedio en cada punto de carga, según la ecuación (2.4), son:

$$U_s = \sum \lambda_i * r_i$$

Los tiempos de salida promedio en cada punto de carga utilizando la ecuación (2.5) son:

$$r_s = \frac{U_s}{\lambda_s} = \frac{\sum \lambda_i * r_i}{\sum \lambda_i}$$

Los resultados anteriores se muestran en la tabla 7:

Punto de carga	$\lambda_i$ (fallas/año)	$r_i$ (horas)	$U_i$ (horas/año)
1	0.15	5.00	0.75
2	0.35	5.57	1.95
3	0.10	7.00	0.70
4	0.35	5.57	1.95
5	0.55	6.45	3.55

Tabla 7. Resultados topología inicial.

Si se realiza una reconfiguración a la red, se obtiene la topología mostrada en la figura 5.

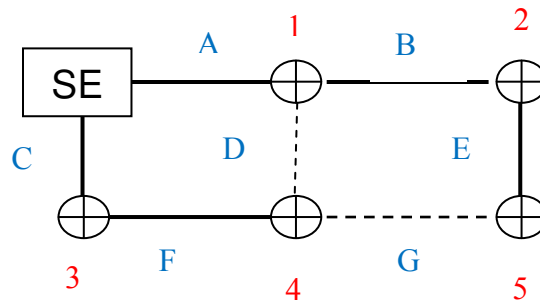


Figura 5. Efecto de la reconfiguración en la confiabilidad (red2).

En este caso los únicos valores que cambiarán son los que corresponden al punto de carga 5 ya que se conecta con la línea E en lugar de la línea G. Para esta configuración los valores de  $\lambda$ ,  $r$  y  $U$  en el punto 5 disminuyen permitiendo observar un efecto positivo de la reconfiguración al disminuir los índices de confiabilidad. Los nuevos valores serán:

$$\lambda_5 = 0.50 < 0.55$$

$$U_5 = 2.85 < 3.55$$

$$r_5 = 5.7 < 6.45$$

En el ejemplo anterior se pudo disminuir el valor de los índices primarios de confiabilidad y por ende, los índices orientados al consumidor que se encuentran expresados en función de los mismos.

La configuración anterior fue apropiada para disminuir los índices de confiabilidad. En el siguiente caso se muestra una reconfiguración del sistema que genera un impacto negativo sobre la confiabilidad del sistema, convirtiéndose así en un problema de difícil resolución debido a la gran cantidad de posibles topologías en los que el sistema puede estar operando.

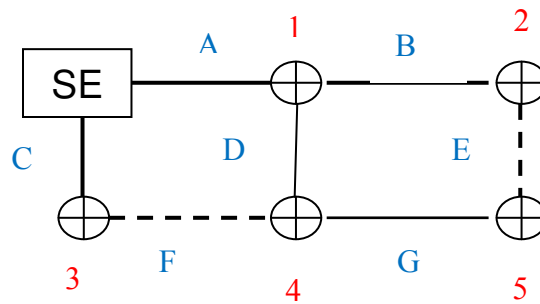


Figura 6. Efecto de la reconfiguración en la confiabilidad (red3).

$$\lambda_5 = 0.65 > 0.55$$

$$U_5 = 3.55 > 2.85$$

$$r_5 = 5.46 < 5.7$$

Comparando la red 3 con la red 2 en el punto de carga 5, se observa que tanto la tasa de fallas como la indisponibilidad anual aumentaron, mientras que la tasa de reparación disminuyó, lo que permite demostrar que en una red se pueden encontrar topologías que pueden ser óptimas para algunos índices de confiabilidad mientras que para otros puede ser deficiente.

De lo anterior se puede concluir que de acuerdo a la configuración que presenta una red, los índices de confiabilidad asociados a ésta pueden aumentar o disminuir y teniendo una topología como la que presentan los sistemas de distribución en la que el número de posibles configuraciones es tan alto, el problema de hallar una red con los mejores índices de confiabilidad se torna altamente complejo, sin embargo a partir del modelo matemático planteado en el capítulo dos el flujo en redes surge como una alternativa que permite llegar al óptimo global del problema con un bajo costo computacional.

#### 4. FLUJO EN REDES APLICADO A CONFIABILIDAD

Se considera una *red dirigida*  $G$  correspondiente a un sistema de distribución, que consiste de un conjunto finito de *nodos*  $N = \{1, 2, \dots, m\}$  correspondiente a los transformadores de distribución en los cuales se encuentran conectados los usuarios y un conjunto de *arcos dirigidos* (líneas)  $S = \{(i,j), (k,l), \dots, (s,t)\}$  correspondientes a los tramos de alimentadores primarios que unen pareja de nodos en  $N$ . El arco  $(i,j)$  se dice que es *incidente* con los nodos  $i$  y  $j$  y está dirigida del nodo  $i$  al nodo  $j$ . Se supondrá que la red consiste de  $m$  transformadores de distribución y  $n$  tramos de alimentadores primarios. En la figura 7 se presenta una red con 4 transformadores y 7 tramos de línea [22].

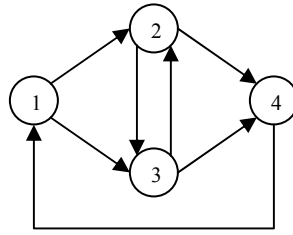


Figura 7. Ejemplo de una red.

Con cada nodo  $i$  se asocia un número  $b_i$  que representa los usuarios que pueden ser alimentados desde dicha subestación (si  $b_i > 0$ ) o los usuarios conectados a este punto (si  $b_i < 0$ ). Asociado con cada arco  $(i,j)$  se tiene el número  $x_{ij}$ , que representa la cantidad de flujo sobre el arco, es decir la cantidad de usuarios que van a ser atendidos por dicho tramo, el cual se supone mayor que cero, y el número  $c_{ij}$ , que corresponde a la tasa de fallo  $\lambda_{ij}$  o al tiempo de interrupción anual  $U_{ij}$  asociado a este tramo de línea. Se supone que la oferta total en la red es igual a la demanda total, lo cual en términos eléctricos es análogo a un balance entre generación y demanda, es decir  $\sum_{i=1}^m b_i = 0$ . Se desea enviar productos de los centros de generación a los centros de demanda usando caminos especificados y a un costo mínimo.



Matemáticamente, el problema con costo mínimo en una red se puede enunciar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \\
& s.a. \\
& \sum_{j=1}^m x_{ij} - \sum_{k=1}^m x_{ki} = b_i \quad i = 1, \dots, m \\
& x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Las restricciones son llamadas ecuaciones de conservación de flujo o ecuaciones de Kirchoff e indican que, en la red, no se puede crear ni destruir flujo y que en cada nodo serán alimentados la totalidad de usuarios conectados a éste. En las ecuaciones de conservación,  $\sum_{j=1}^m x_{ij}$  representa el flujo total que sale del nodo  $i$ , mientras que  $\sum_{k=1}^m x_{ki}$  es el flujo total que entra al nodo  $i$ .

Si se compara el conjunto de ecuaciones (4.1) con (2.22) y (2.23) se nota que tienen la misma estructura y puede ser resuelto mediante el flujo en redes permitiendo llegar a un óptimo global y cumpliendo todas las restricciones asociadas al problema.

#### 4.1 PROPIEDADES DE LA MATRIZ A

El problema puede ser representado en una manera compacta de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
& \min z(x) = cx \\
& s.a. \\
& Ax = b \\
& x \geq 0
\end{aligned} \tag{4.2}$$

La matriz A tiene una fila para cada nodo y una columna para cada tramo de la red [23]. Cada columna de la matriz A tiene dos valores diferentes de cero, uno con valor +1 y otro con valor -1. Así la columna correspondiente al tramo (i,j) tiene un valor de +1 en la fila  $i$  y una valor de -1 en la fila  $j$ . Dichas columnas pueden ser descritas de la siguiente forma:

$$a_{ij} = e_i - e_j$$

Donde  $e_i$  es un vector unitario con un +1 en la posición  $i$ . Esta matriz asume una estructura especial y es denominada matriz de incidencia nodo-arco o nodo-rama. Para la figura 7 ésta sería la matriz correspondiente:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1,2) & (1,3) & (2,3) & (2,4) & (3,2) & (3,4) & (4,1) \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & & & & & -1 \\ -1 & & 1 & 1 & -1 & & \\ & -1 & -1 & & 1 & 1 & \\ & & & -1 & & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

#### 4.1.1 Empleo de variables artificiales

Una base del método simplex debe ser una matriz cuadrada de rango completo y es equivalente a la configuración inicial del sistema de distribución en el momento del estudio. Como la matriz A tiene rango (m-1), se usa una variable artificial que corresponde a un nuevo tramo que sale del nodo m para el espacio. Este tipo de tramo es denominado tramo raíz y el nodo asociado a ese arco es denominado nodo raíz. El nuevo tramo genera una nueva columna  $e_m$  y por lo tanto la matriz A es ampliada (A,  $e_m$ ) y su rango es completo [24].

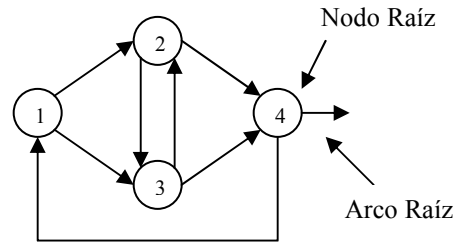


Figura 8. Grafo ampliado con tramo y nodo raíz.

La nueva columna  $e_m$  es la única que permite generar una submatriz de rango completo, de la matriz  $(A, e_m)$ . Por lo tanto, cualquier base simplex del problema, deberá tener siempre la columna  $e_m$  como una columna básica. En otras palabras, el nuevo tramo  $x_T$  (variable artificial), siempre debe permanecer en la base y con valor cero para cualquier base factible del problema original. Si la variable artificial es diferente de cero, se presenta un desequilibrio en la red, lo cual indica que la generación es mayor que la demanda o viceversa.

#### 4.2. MÉTODO SIMPLEX PARA EL PROBLEMA DE FLUJO EN REDES

Los pasos básicos del método simplex son:

- Encontrar una solución básica factible inicial, la cual corresponde a la configuración inicial del sistema en el momento del estudio.
- Calcular los coeficientes de costo relativo de las variables no básicas, correspondiente a los tramos que no están conectados a la red, mediante la expresión  $\bar{c}_j = z_j - c_j$ . Si la base es óptima, finaliza el proceso, si no lo es, seleccionar el tramo que debe hacer parte de la topología de la red.
- Si ha sido verificado que el problema no es ilimitado, determinar el tramo de línea que debe salir de la base y pivotar el cuadro simplex.

Utilizando el siguiente ejemplo será analizado cada uno de los pasos para el problema de flujo en redes.

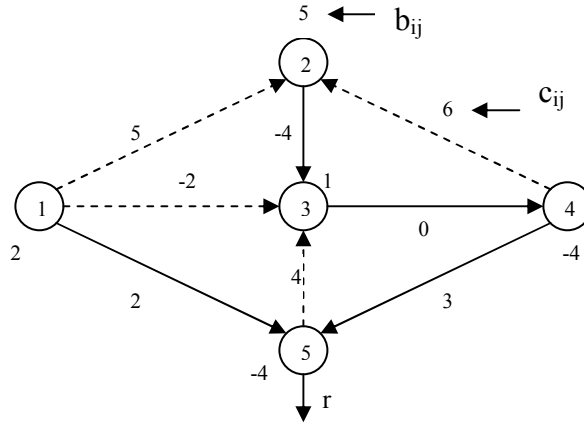


Figura 9. Ejemplo de aplicación flujo en redes

- Encontrar la solución básica factible inicial.

Conocida una base  $B$  o un árbol generado con su correspondiente raíz, el valor de los flujos por los tramos es encontrado fácilmente. Un árbol generado es aquel que incluye a todos los nodos en el sistema y ya que cada base factible es un árbol de la red, esto permite garantizar la radialidad del sistema en cada iteración del algoritmo, característica fundamental e idónea para su implementación en sistemas eléctricos de distribución. Se supone que  $x_{15}$ ,  $x_{23}$ ,  $x_{34}$  y  $x_{45}$  son variables básicas originales y  $x_5$  es una variable básica artificial. Sea  $B$  la matriz básica del sistema, así el modelo puede plantearse de la siguiente manera,  $B \bullet x_B = b$  y escrito como sigue:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{15} \\ x_{23} \\ x_{34} \\ x_{45} \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Solucionando este sistema, se tiene:

$$x_{15} = 2$$

$$x_{23} = 5$$

$$x_{34} = 6$$

$$x_{45} = 2$$

$$x_5 = 0$$

- Encontrar los coeficientes de costo de las variables no básicas.

Para calcular los coeficientes de costo relativo de los tramos que no se encuentran conectados a la red se usa la relación  $\bar{c}_{ij} = z_{ij} - c_{ij} = w^* a_{ij} - c_{ij}$ . Para encontrar las variables duales, se usa la relación  $w \bullet B = c_B$ . Las variables duales representan la derivada de las ecuaciones de restricción con respecto a la demanda, es decir qué tanto afecta en la confiabilidad un cambio en la demanda en cada nodo.

Los coeficientes de costo relativo se determinan usando la relación  $\bar{c}_{ij} = w_i - w_j - c_{ij}$ .

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 & w_4 & w_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Solucionando este sistema, se obtiene:

$$\begin{array}{ll} w_1 = 2 & \bar{c}_{12} = -2 \\ w_2 = -1 & \bar{c}_{13} = 1 \\ w_3 = 3 & \bar{c}_{34} = 0 \\ w_4 = 3 & \bar{c}_{42} = -2 \\ w_5 = 0 & \bar{c}_{53} = -7 \end{array}$$

El coeficiente de costo relativo  $\overline{c}_{13}$  resulta positivo, por lo tanto la base no es óptima y se debe pivotar teniendo en cuenta que el tramo  $x_{13}$  es candidato a entrar a la base. Si este coeficiente hubiera resultado negativo se tendría la solución óptima del sistema y se debe parar el proceso.

- Determinación de la variable que debe salir de la base y ejecutar el pivotaje

El tramo que debe salir de la topología actual es aquel que primero llegue al valor cero cuando se incrementa el valor del flujo del tramo que va a entrar a hacer parte de la red. En términos de grafos, se debe identificar el lazo definido por el arco que entra en la base y verificar el máximo incremento permitido para el flujo en ese arco. Aquel arco que tiene sentido opuesto al arco que está entrando en la base y llega primero a cero, debe salir de la base.

En la figura 10, el único tramo de línea que puede llegar a cero es  $x_{15}$ , las otras variables ( $x_{34}$  y  $x_{45}$ ) aumentan de valor y las otras permanecen inalteradas ( $x_{23} = 5$ ). Así, cuando  $\Delta = 2$ ,  $x_{15} = 0$ . Dado lo anterior,  $x_{15}$  sale de la red y entra  $x_{13}$ . Los nuevos valores de los flujos son los siguientes:

$$x_{13} = 2$$

$$x_{34} = 6 + \Delta \Rightarrow x_{34} = 8$$

$$x_{45} = 2 + \Delta \Rightarrow x_{45} = 4$$

$$x_{23} = 5$$

$$x_{15} = 0$$

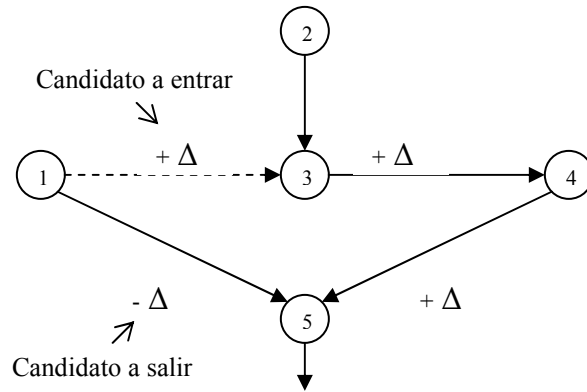


Figura10. Entrada de nuevo lazo.

Con el ingreso de un tramo y la salida de otro, el árbol cambia de topología pero el sistema de distribución continúa siendo radial, tal como se observa en la figura 11.

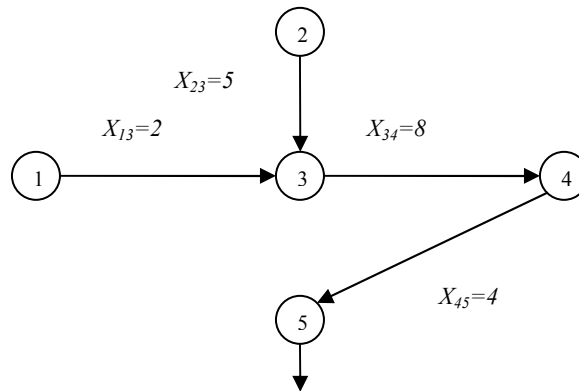


Figura 11. Cambio de topología radial.

Este proceso de actualización corresponde al pivotaje que se realiza en el cuadro simplex.

- Actualización de las variables duales

Suponer que  $x_{pq}$  es el tramo que debe entrar en la red y  $x_{uv}$  es el tramo que debe salir de la base. Retirando el tramo  $(uv)$ , se obtienen 2 árboles  $T_1$  y  $T_2$ .

En estas condiciones, las variables duales de los nodos que pertenecen al árbol  $T_1$  no requieren de actualización. Para los nodos del árbol  $T_2$  pueden presentarse las siguientes dos situaciones:

- Cuando  $T_2$  contiene el nodo  $q$

El nodo  $q$  es denominado nodo de conexión del tramo  $(p,q)$ . Lógicamente para cada tramo de  $T_2$  la relación de  $w_i - w_j = c_{ij}$  se cumple para todo  $(i,j) \in T_2$ , antes y después del cambio de topología de la red. De esta forma es evidente que los valores de  $w_i$  del árbol  $T_2$  deben cambiar de valor en una constante. Por lo tanto, conociendo la variación de  $w$  en el nodo  $q$ , es posible calcular todos los  $w_i$  en  $T_2$ . Así para cada  $w_i$  se tiene lo siguiente:

$$w'_i = w_i + (w_{q_{\text{nuevo}}} - w_q) \quad (4.3)$$

Para el tramo que está entrando en la red se tiene:

$$\text{Antes del cambio de la base} \quad \bar{c}_{pq} = w_p - w_q - c_{pq} > 0 \quad (4.4)$$

$$\text{Después del cambio de la base} \quad \bar{c}'_{pq} = w_p - w_{q_{\text{nuevo}}} - c_{pq} = 0 \quad (4.5)$$

$$\text{De (4.5): } w_p = w_{q_{\text{nuevo}}} + c_{pq} \quad (4.6)$$

$$\text{De (4.4): } \bar{c}_{pq} = w_{q_{\text{nuevo}}} - w_q \quad (4.7)$$

$$\text{De (4.3): } w'_i = \bar{c}_{pq} + w_i \quad (4.8)$$

Los valores de  $w'_i$  son los nuevos valores de las variables duales de  $T_2$  y  $w_i$  son los valores antiguos, los  $\bar{c}_{pq}$  son los coeficientes de costo relativo del arco  $(p,q)$  en la red de trabajo y



se encuentran disponibles ya que fueron calculados en el momento de seleccionar la variable que entra a la red.

- Cuanto  $T_2$  contiene a  $p$

En este caso se sólo se cambia el signo de un término de la relación anterior, así se tiene:

$$w_q = w_{p_{nuevo}} - c_{pq} \quad (4.9)$$

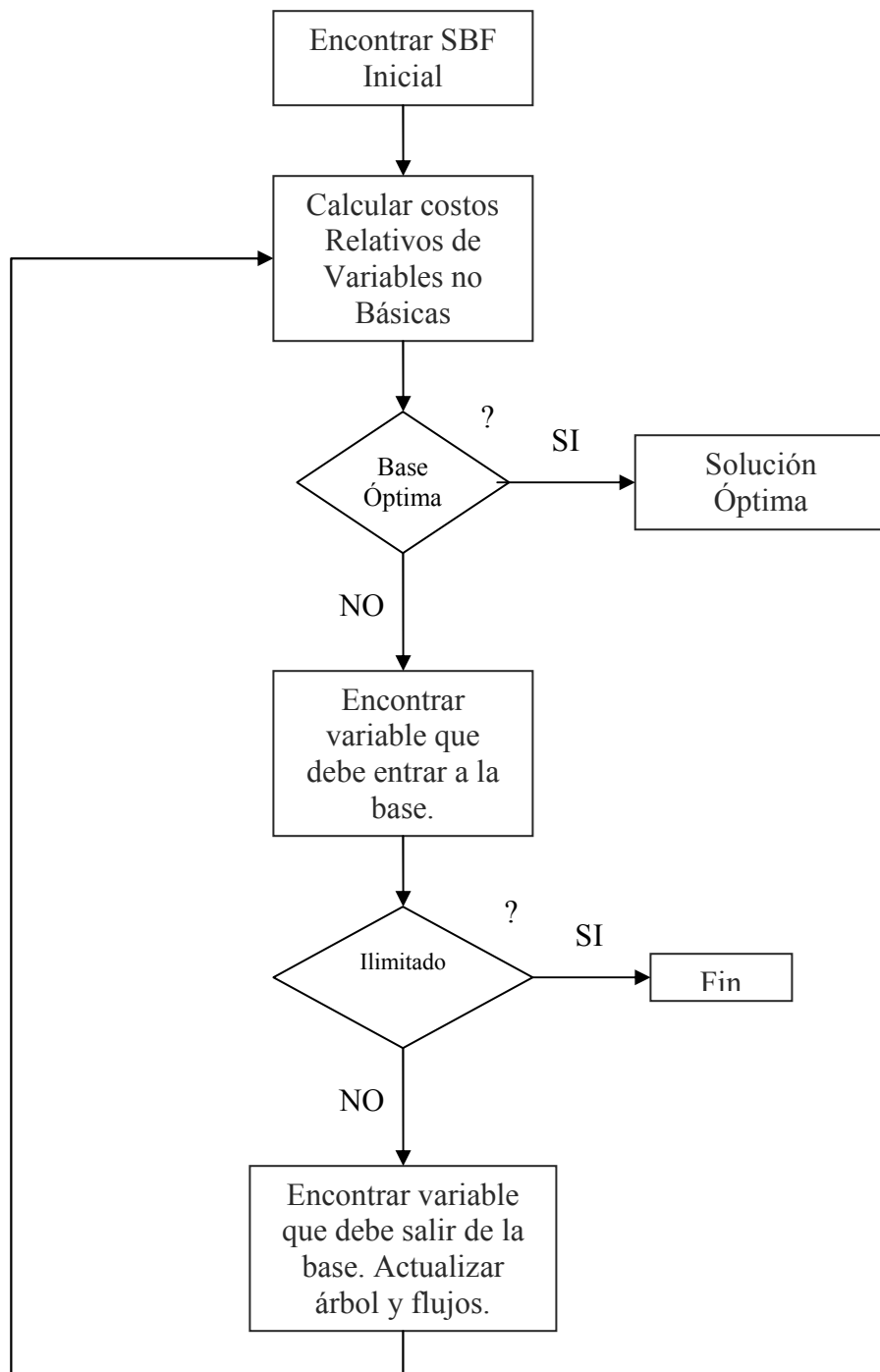
$$\bar{c}_{pq} = w_p - w_{p_{nuevo}} \quad (4.10)$$

$$w'_i = w_i - \bar{c}_{pq} \quad (4.11)$$

Un resumen del procedimiento que se debe realizar es el siguiente:

- Encontrar una SBF inicial, el cual equivale a la topología de la red en el momento de estudio. Encontrar el flujo correspondiente a los tramos que pertenecen a esta red  $x_B$  y las variables duales  $w$  relacionadas con el árbol básico.
- Determinar los coeficientes de costo relativo de los tramos que pueden entrar a la red.
  - Si  $z_{pq} - c_{pq} \leq 0$  se sale del algoritmo porque ya se llegó a la solución óptima.
- Seleccionar el tramo  $(p, q)$  que debe entrar en la red.
- Encontrar el flujo máximo  $\Delta \geq 0$ , que puede ser enviado por el lazo formado en el sentido del tramo  $(p, q)$  que está entrando.
  - Si  $\Delta \rightarrow \infty$ , el problema es ilimitado.
- Determinar el tramo correspondiente  $(u, v)$  que debe salir del árbol básico.
- Actualizar valores de flujo y de las variables duales e ir al segundo paso.

Como algoritmo tendría la siguiente descripción:



## 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se realizaron pruebas sobre cuatro sistemas de distribución, dos sistemas IEEE y dos propuestos en trabajos anteriores, implementando el algoritmo en el software MatLab, arrojando resultados satisfactorios. Los parámetros de estos sistemas se encuentran en el Anexo 1. El córbol mostrado en los resultados de cada opción hace referencia a las líneas que no pertenecen a la red propuesta.

## 5.1 SISTEMA 15 NODOS, 18 LÍNEAS Y 2 SUBESTACIONES

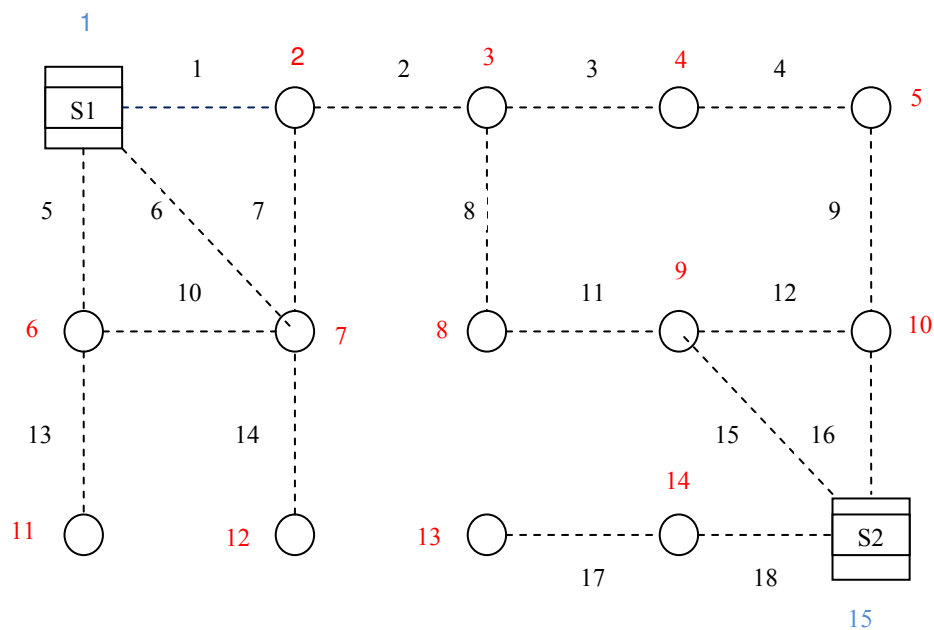


Figura 12. Sistema 15 nodos.

En la configuración inicial la red contaba con los siguientes índices:

- SAIFI: 0,5130 fallas/año.
- SAIDI: 1,6023 horas/año

Minimizando el índice SAIFI se obtuvieron los siguientes resultados:

- Iteraciones: 3
- SAIFI: 0,3780 fallas/año.
- SAIDI: 1,1555 horas/año
- Coárbol: [4 7 10 12]

Minimizando el índice SAIDI se obtuvieron los siguientes resultados:

- Iteraciones: 3
- SAIFI: 0,3780 fallas/año.
- SAIDI: 1,1555 horas/año
- Coárbol: [7 10 4 12]

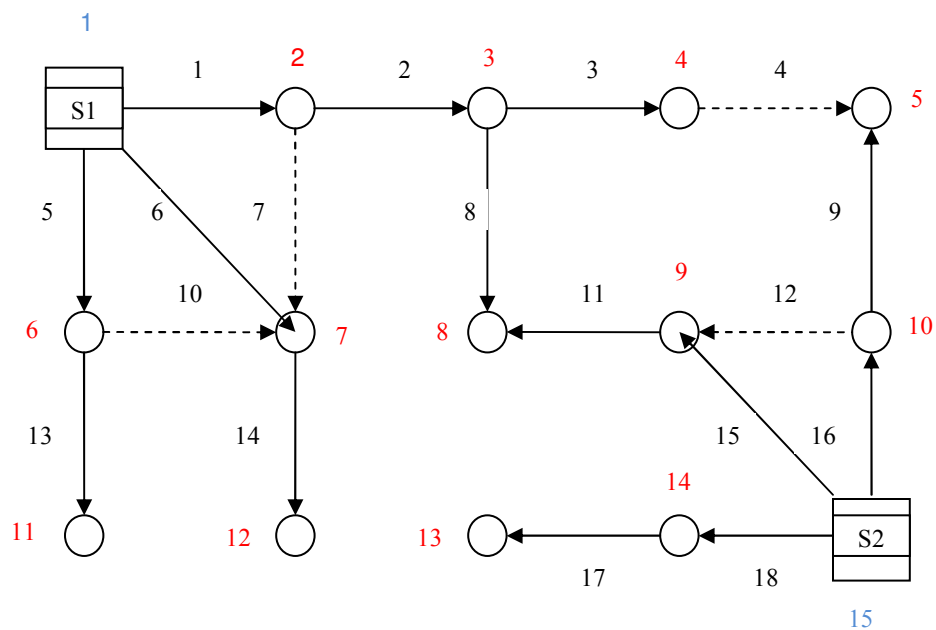


Figura 13. Topología sistema 15 nodos minimizando SAIFI y SAIDI.

Minimizando cada una de las funciones de manera independiente, se obtuvo como topología óptima del sistema la mostrada en la figura 13 en la cual se realizaron sólo 3 cambios en el sistema pero éstas tuvieron mejoras significativas con respecto a la topología inicial del sistema y éstas se encontraban lejos de su punto óptimo.

## 5.2 SISTEMA DE 29 NODOS, 45 LÍNEAS Y 3 SUBESTACIONES

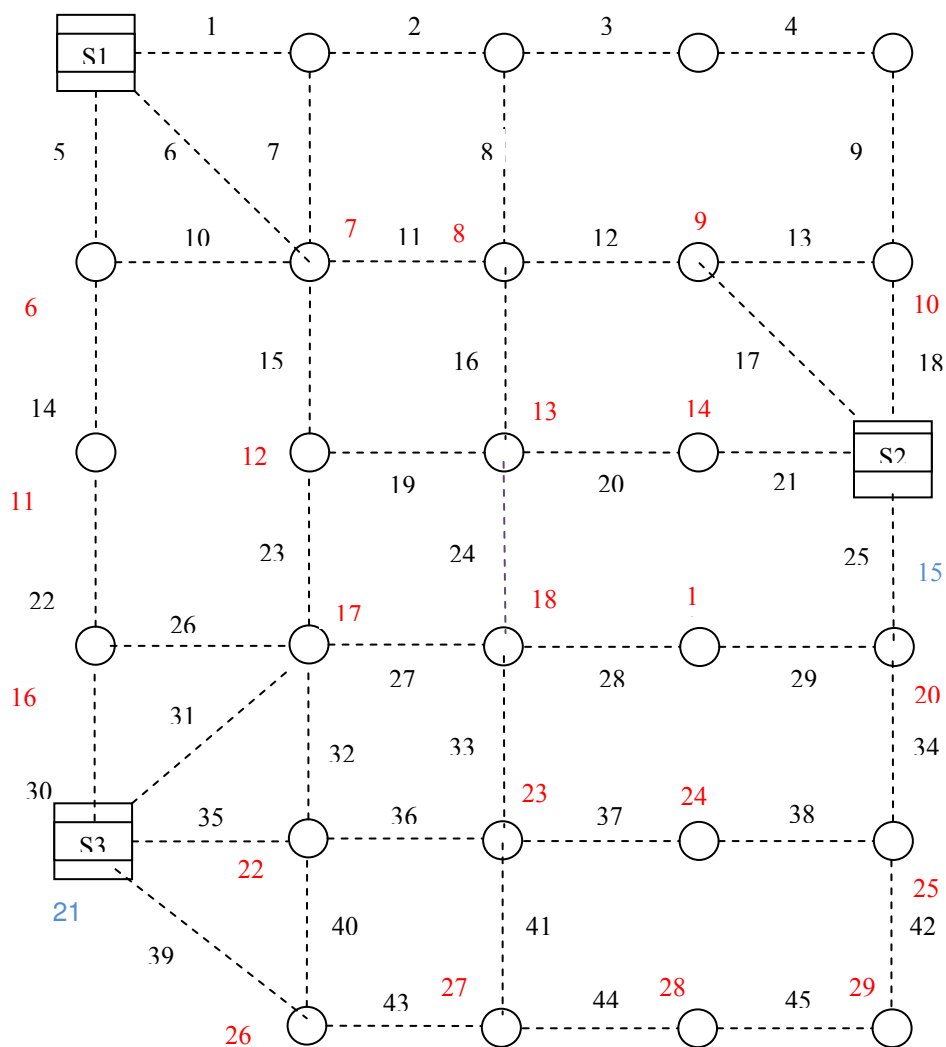


Figura 14. Sistema 29 nodos.

En la configuración inicial la red contaba con los siguientes índices:

- SAIFI: 6,313 fallas/año.
- SAIDI: 17,783 horas/año

Minimizando el índice SAIFI se obtuvieron los siguientes resultados:

- Iteraciones: 13
- SAIFI: 0,4262 fallas/año
- SAIDI: 1,4149 horas/año
- Coárbol: [7 8 10 12 13 19 20 22 23 24 26 28 32 33 38 39 43]

Minimizando el índice SAIDI se obtuvieron los siguientes resultados:

- Iteraciones: 11
- SAIFI: 0,4450 fallas/año.
- SAIDI: 1,3669 horas/año
- Coárbol: [7 8 10 12 13 19 20 22 23 24 26 28 32 33 38 40 41]

Realizando una comparación de cada uno de los valores con respecto a su punto óptimo, se obtuvo:

$$\%Desv_{SAIFI} = \frac{0,4450 - 0,4262}{0,4262} * 100 = 4,41\%$$

$$\%Desv_{SAIDI} = \frac{1,4149 - 1,3669}{1,3669} * 100 = 3,51\%$$

A partir de este resultado se obtiene la topología de la figura 15 como la configuración óptima ya que la desviación del índice SAIDI con respecto a su punto óptimo es mucho más pequeña que la desviación de SAIFI. En ésta se observan mejoras significativas con respecto al índice de la red en su topología inicial aunque fue necesario entrar en funcionamiento 13 tramos de línea que no



### 5.3 SISTEMA IEEE 33 NODOS, 37 LÍNEAS Y 1 SUBESTACIÓN

En la configuración inicial la red contaba con los siguientes índices:

- SAIFI: 1,69 fallas/año.
- SAIDI: 5,0766 horas/año

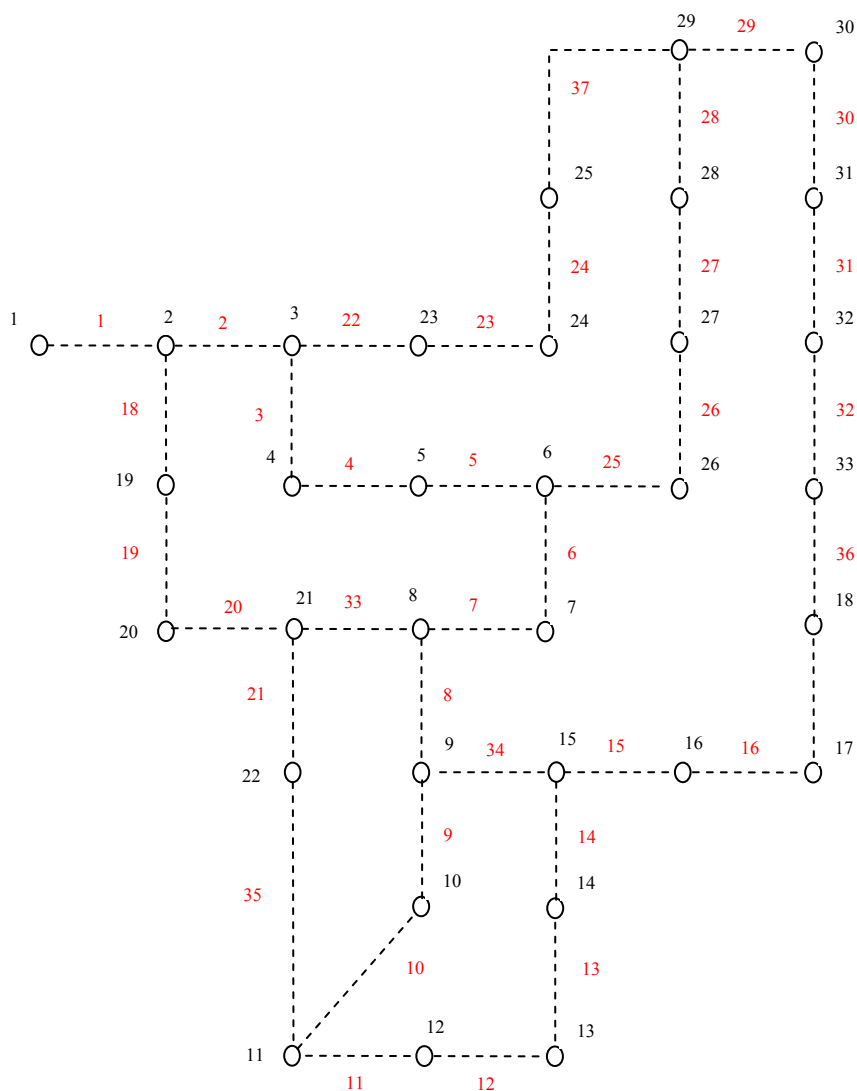


Figura 16. Sistema IEEE 33 nodos.





Minimizando el índice SAIDI se obtuvieron los siguientes resultados:

- Iteraciones: 5
- SAIFI: 1,4389 fallas/año.
- SAIDI: 4,3495 horas/año
- Coárbol: [7 9 14 28 36]

Para cada uno de los índices minimizados independientemente se obtuvo igual topología como resultado óptimo, con lo cual se adopta la configuración mostrada en la figura 17 como la solución óptima, sin embargo el sistema estaba relativamente cerca de su solución óptima.

#### 5.4 SISTEMA IEEE 14 NODOS, 16 LÍNEAS Y 1 SUBESTACIÓN (S 14).

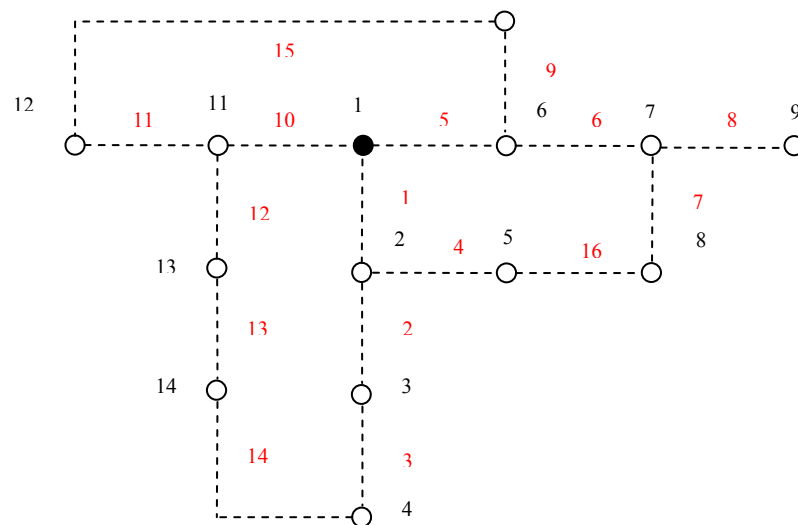


Figura 18 Sistema IEEE 14 nodos.

En la configuración inicial la red contaba con los siguientes índices:

- SAIFI: 0,5718 fallas/año.
- SAIDI: 1,7858 horas/año

Minimizando el índice SAIFI se obtuvieron los siguientes resultados:

- Iteraciones: 3
- SAIFI: 0,4641 fallas/año.
- SAIDI: 1,4907 horas/año
- Coárbol: [7 9 14]

Minimizando el índice SAIDI se llegó a los siguientes resultados:

- Iteraciones: 4
- SAIFI: 0,4653 fallas/año.
- SAIDI: 1,4584 horas/año
- Coárbol: [7 9 15]

Realizando comparación de cada uno de los valores con respecto a su punto óptimo, se obtuvo:

$$\%Desv_{SAIFI} = \frac{0,4653 - 0,4641}{0,4641} * 100 = 0,258\%$$

$$\%Desv_{SAIDI} = \frac{1,4907 - 1,4584}{1,4584} * 100 = 2,214\%$$

A partir de este resultado se obtiene la topología de la figura 19 como la topología óptima, pero sólo existe un tramo diferente entre las dos topologías posibles y en caso de que fuese necesario sería posible utilizar la configuración en la cual se minimizó el índice SAIFI ya que ésta se encuentra muy cercana al óptimo propuesto.

Es posible notar que pocas maniobras tienen un impacto positivo sobre la confiabilidad del sistema.

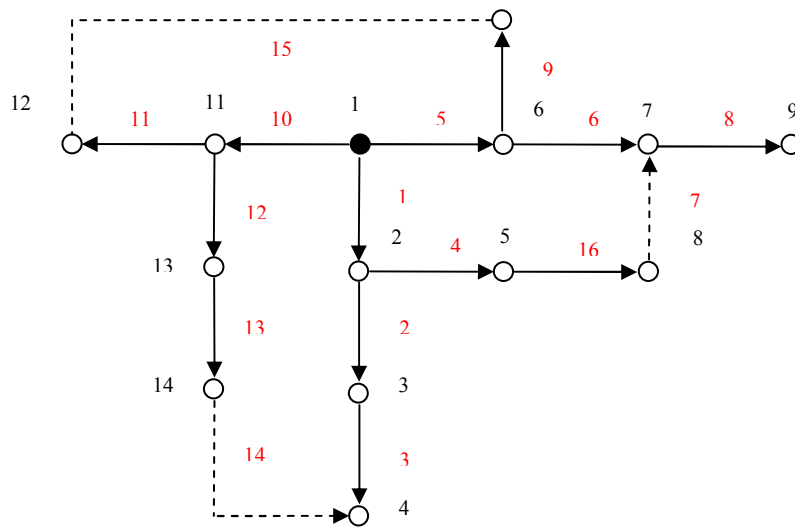


Figura 19. Topología IEEE 14 nodos minimizando SAIDI.

Realizando una comparación del flujo en redes frente a los algoritmos genéticos, utilizados en trabajos anteriores para encontrar la reconfiguración de alimentadores primarios minimizando los índices de confiabilidad, se obtuvieron los resultados expuestos en la Tabla 8, además se debe tener en cuenta que el flujo en redes nos permite llegar al óptimo global del problema con un esfuerzo computacional mucho menor.

	15 Nodos	29 Nodos	33 Nodos	14 Nodos
Iteraciones Flujo en Redes	3	13	5	4
Iteraciones Algoritmos Genéticos	15	59	201	17

Tabla 8. Análisis comparativo de metodologías

## **6. CONCLUSIONES**

Se implementó un algoritmo basado en la aplicación de flujo en redes que permitió minimizar los índices de confiabilidad permitiendo llegar al óptimo global mediante reconfiguración del sistema de distribución.

Se comprobó como la reconfiguración de alimentadores primarios tiene un impacto directo en la confiabilidad del sistema de distribución.

Se obtuvo un modelo matemático lineal de optimización dirigido a la minimización de los índices de confiabilidad que permitió usar el flujo en redes como metodología para resolver el modelo, aprovechando las características de los índices que brindan más información a los usuarios.

La implementación realizada sobre cuatro sistemas de prueba arrojó resultados satisfactorios llegando a un óptimo global del problema en pocas iteraciones mostrando la conveniencia de utilizar este método frente a otras técnicas utilizadas anteriormente.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] COLOMBIA. UNIDAD DE PLANEACION MINERO ENERGETICA. Una Visión del Mercado Eléctrico Colombiano. UPME Mayo 2004.
- [2] MUÑOZ, C. Flujo de Potencia Trifásico para Sistemas de Distribución. Pontificia Universidad Católica de Chile, 1998.
- [3] COMISIÓN REGULADORA DE ENERGIA Y GAS (Colombia). Resolución 070: CREG 1998.
- [4] ZAPATA, C, Confiabilidad de Sistemas Eléctricos. Maestría de Ingeniería Eléctrica UTP, 2003.
- [5] GARCES, L. Planeamiento de la Expansión de la Transmisión a largo plazo basado en confiabilidad. Maestría en Ingeniería Eléctrica UTP, 2005.
- [6] IEEE Guide for Electric Power Distribution Reliability Indices.
- [7] FEINSTEIN, C, MORRIS, P. Reliability of Electric Utility Distribution Systems. EPRI White Paper, 2000.
- [8] HERNÁNDEZ,E. Comparación de Métodos de Análisis de Confiabilidad aplicado a Sistemas Eléctricos. Instituto de Investigaciones Eléctricas, 2001.
- [9] RODRÍGUEZ, A. Modelación y Evaluación Monte Carlo de la Confiabilidad de Sistemas de Generación y Transmisión. Tesis de Maestría UV, 1992.
- [10] SOTO, M. Cálculo de Índices Nodales y Funcionales de Confiabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia. Maestría en Ciencias de la Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile, 1997.
- [11] ARRIAGADA, A. Evaluación de Confiabilidad en Sistemas Eléctricos de Distribución. Maestría en Ciencias de la Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile, 1994.

- [12] BILLINTON, R. Reliability Evaluation in Distribution and Transmisión Systems. M.S. Groven, Proc. IEEE, Vol 122, No. 5, 1975.
- [13] VEGA, M. Análisis de Confiabilidad de Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica. Tesis de Licenciatura, UNAM, Facultad de Ingeniería, 1998.
- [14] RAMIREZ, S. Redes de Distribución de Energía. Manizales. Universidad Nacional de Colombia, 1999.
- [15] SALAZAR, H. Reconfiguración de Alimentadores Primarios empleando Redes Neuronales y Técnicas de Agrupamiento. Maestría en Ingeniería Eléctrica UTP, 2003.
- [16] GARCÉS RUIZ, Alejandro. Reconfiguración de Alimentadores Primarios usando una Metodología Combinatorial bajo un Modelamiento Trifásico. Maestría en Ingeniería Eléctrica UTP, 2005.
- [17] ARANGO, C, LÓPEZ, M. GONZÁLEZ, A. Método Heurístico para Restauración del Servicio en Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica. Ingeniería y Ciencia, Vol 2 No 3, pág. 39-50, 2006.
- [18] GRANDOBLES, R, DIAZ, J, CAICEDO, G. Estado del arte en reconfiguración de sistemas de distribución. Energía Y Computación. Vol 10 No1, pág 50-58, 2001.
- [19] SHIRMOHAMMADI, D. Service Restoration in Distribution Networks via Network Reconfiguration. Pacific Gas and Electric Company, San Francisco, California. 952-957, 1991.
- [20] MOREL, A, MONTICELLI, A. Heuristic Search Approach to Distribution System Restoration. IEEE Transactions on Power delivery. Vol 4 No4. 2235-2241, 1989.
- [21] LIN, C, SEUNG, J. An expert System Operational And for Aid for restoration and Loss Reduction of Distribution Systems. IEEE Transactions on Power Systems. Vol 3 No2. 619-627, 1998.
- [22] BAZARAA, M., JARVIS, J. Programación Lineal y Flujo en Redes. México : Limusa-Noriega Editores, C1994
- [23] BAZARAA, M., JARVIS, J.. Linear Programming and Network Flow. Estados Unidos, Prentice Hall. 1990.

- [24] GALLEGO, R., TORO, E., ESCOBAR, A. Programación Lineal y Flujo en Redes. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, 2007.
- [26] BACK, H y MERLIN, A. Search for Minimum-Loss Operating Spanning Tree Configuration for an Urban Power Distribution System. 5<sup>th</sup> Power System Comp. Con., Cambridge, U.K. Sept. 1-5 (1975).
- [27] BÄCK, T. Optimal Mutacion Rates in Genetic Search, S. Forrest, editor. Proceedings of the Fifth Internacional Conference on Genetic Algorithms, pp. 2-8. Morgan Kaufmann. San Mateo CA, 1993.
- [28] BAEZA, R.; HERNÁNDEZ, J. y RODRÍGUEZ, J. “Evaluación De Confiabilidad De Sistemas De Distribución Eléctrica En Desregulación”. Revista facultad de ingeniería, U.T.A (Chile), Vol. 11, número 1, pp. 33 – 39.
- [29] HONG, H.W. y SHIRMOHAMMADI, D. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. IEEE Trans. on Power Delivery, vol.4, N°2, págs. 1492–1498, Abril 1989.
- [30] HUANG, C. Multiobjective service restauration of distribution system using fuzzy cause effect network. IEEE Trans. on Power System, vol. 18, págs. 867–874, Mayo 2003.
- [31] CIRIC, R y POPOVIC, D. A multi-objective algorithm for distribution network restoration. IEEE Trans. On Power Delivery, vol.14, págs. 1134–1141, Julio 1999.



## ANEXOS

Línea	$\lambda$ [fallas/año]	r[horas/falla]
1	0.2	4
2	0.25	3
3	0.3	2
4	0.35	2.5
5	0.15	3.5
6	0.2	4
7	0.25	3
8	0.3	2
9	0.35	2.5
10	0.15	3.5
11	0.2	4
12	0.25	3
13	0.3	2
14	0.35	2.5
15	0.15	3.5
16	0.2	4
17	0.25	3
18	0.3	2

Tabla 9. Datos sistema 15 nodos

Línea	$\lambda$ [fallas/año]	r[horas/falla]
1	0.2	4
2	0.25	3
3	0.3	2
4	0.35	2.5
5	0.15	3.5
6	0.2	4
7	0.25	3
8	0.3	2
9	0.35	2.5
10	0.15	3.5
11	0.2	4

12	0.25	3
13	0.3	2
14	0.35	2.5
15	0.15	3.5
16	0.2	4
17	0.25	3
18	0.3	2
19	0.35	2.5
20	0.15	3.5
21	0.2	4
22	0.25	3
23	0.3	2
24	0.35	2.5
25	0.15	3.5
26	0.2	4
27	0.25	3
28	0.3	2
29	0.35	2.5
30	0.15	3.5
31	0.2	4
32	0.25	3
33	0.3	2
34	0.35	2.5
35	0.15	3.5
36	0.2	4
37	0.25	3
38	0.3	2
39	0.35	2.5
40	0.15	3.5
41	0.2	4
42	0.25	3
43	0.3	2
44	0.35	2.5
45	0.15	3.5

Tabla 10. Datos sistema 29 nodos

<b>Línea</b>	<b><math>\lambda</math>[fallas/año]</b>	<b>r[horas/falla]</b>
1	0.2	4
2	0.25	3
3	0.3	2
4	0.35	2.5
5	0.15	3.5
6	0.2	4
7	0.25	3
8	0.3	2
9	0.35	2.5
10	0.15	3.5
11	0.2	4
12	0.25	3
13	0.3	2
14	0.35	2.5
15	0.15	3.5
16	0.2	4

Tabla 11. Datos sistema IEEE 14 nodos

<b>Línea</b>	<b><math>\lambda</math>[fallas/año]</b>	<b>r[horas/falla]</b>
1	0,2	4
2	0,25	3
3	0,3	2
4	0,35	2,5
5	0,15	3,5
6	0,2	4
7	0,25	3
8	0,3	2
9	0,35	2,5
10	0,15	3,5
11	0,2	4
12	0,25	3
13	0,3	2

14	0,35	2,5
15	0,15	3,5
16	0,2	4
17	0,2	4
18	0,25	3
19	0,3	2
20	0,35	2,5
21	0,15	3,5
22	0,2	4
23	0,25	3
24	0,3	2
25	0,35	2,5
26	0,15	3,5
27	0,2	4
28	0,25	3
29	0,3	2
30	0,35	2,5
31	0,15	3,5
32	0,2	4
33	0,2	4
34	0,25	3
35	0,3	2
36	0,35	2,5
37	0,15	3,5

Tabla 12. Datos sistema IEEE 33 nodos